PART3 ケプラーの法則

目標 惑星の運動を司る，ケプラーの法則を確認しましょう。

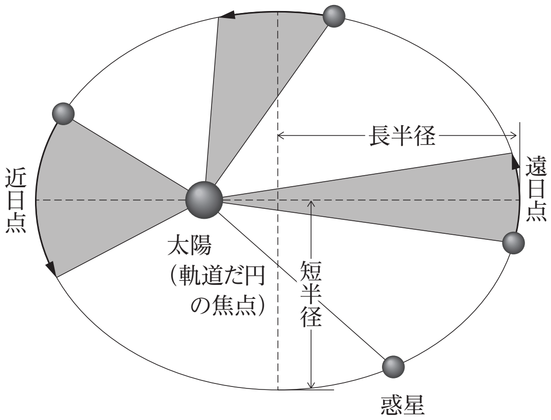
Chapter1　ケプラーの法則

ケプラーの法則

第１法則：惑星は，**太陽を１つの焦点とするだ円**を描いて運動する。

第２法則：惑星と太陽を結ぶ線分が，**一定時間に通過する部分の面積は一定**である。

第３法則：惑星の**公転周期の２乗と軌道となるだ円の長半径の３乗の比は，すべての惑星について一定**である。



重要

第 1 法則について，特殊な例として，円軌道になることもありますが，基本的には**だ円軌道**です。

重要

第 2 法則について，「惑星と太陽を結ぶ線分が，一定時間に通過する部分の面積」を，**面積速度**という。

重要

第 3 法則を式で書けば

$$\frac{T^2}{a^3} = 一定$$

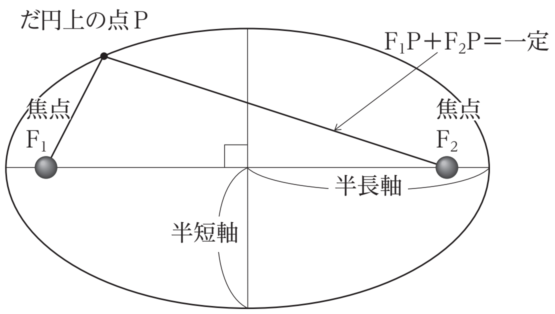
となる。
太陽のまわりをまわる惑星なら，地球でも木星でも海王星でも，上式の値はすべて同一のものとなっている。

知っておこう

長軸の半径が，第 3 法則で使われています。

だ円について

平面上の**2定点からの距離の和が一定**となるような点の軌跡を**だ円**という。



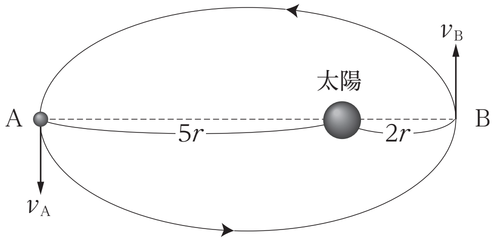
定義式：$F_1P + F_2P =$ 一定

まとめ

ケプラーの3法則をしっかりおさえる

Chapter2　演習問題

問 1　図のように，太陽のまわりでだ円軌道を描いて運動している物体がある。図の点 B を通過するときの速さ v_{B} は，点 A を通過するときの速さ v_{A} の何倍か。

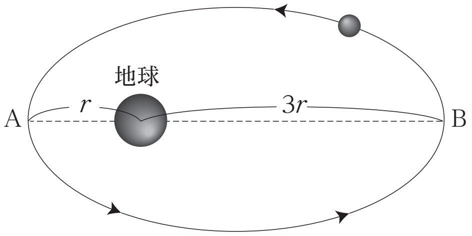


問 2　地球が太陽のまわりを周回するときのだ円軌道の長半径を r とする。太陽のまわりを長半径 $4r$ で周回する物体の公転周期は何年か。

< Note >

第 6 講　PART3　確認問題

問 1　図のように，地球のまわりを楕円軌道でまわる質量 m の小物体を考える。地球は半径 R の完全な球であるとし，地球の質量を M，万有引力定数を G とする。



(1)　2 点 A，B における小物体の速さをそれぞれ v_A，v_B とする。$\dfrac{v_A}{v_B}$ の値として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

① $\dfrac{1}{3}$　② 1

③ 3　④ 9

(2)　点 A における小物体の万有引力による位置エネルギーとして最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

① $G\dfrac{Mm}{r}$　② $-G\dfrac{Mm}{r}$

③ $G\dfrac{Mm}{r^2}$　④ $-G\dfrac{Mm}{r^2}$

(3)　点 B における小物体の万有引力による位置エネルギーとして最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

① $G\dfrac{Mm}{3r}$　② $-G\dfrac{Mm}{3r}$

③ $G\dfrac{Mm}{9r^2}$　④ $-G\dfrac{Mm}{9r^2}$

(4) 点Aにおける小物体の速さ v_A の値として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

① $\sqrt{\dfrac{GM}{2r}}$　② $\sqrt{\dfrac{GM}{r}}$

③ $\sqrt{\dfrac{3GM}{2r}}$　④ $\sqrt{\dfrac{2GM}{r}}$

問2　ハレー彗星は太陽のまわりを公転している。同じく太陽のまわりを公転する地球の長半径に対してハレー彗星の長半径が18倍であるとするとき，ハレー彗星の公転周期として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

① 64年　② 68年

③ 72年　④ 76年

第 6 講　万有引力

PART1　万有引力

問 1 $\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$

問 2 $\sqrt{gR}$

PART2　万有引力による位置エネルギー

問 1 $\sqrt{\dfrac{2GM}{R}}$

問 2 $\sqrt{2gR}$

PART3　ケプラーの法則

問 1 $\dfrac{5}{2}$ 倍

問 2 8 年

第 6 講　PART3　確認問題　解答

問 1

(1)　③

解説：

ケプラーの第 2 法則より

$$\frac{1}{2}\cdot r\cdot v_A=\frac{1}{2}\cdot 3r\cdot v_B$$

これを解いて $\frac{v_A}{v_B}=3$

(2)　②

解説：

地球の中心から r だけ離れた位置における万有引力による位置エネルギーは

$$-G\frac{Mm}{r}$$

(3)　②

解説：

地球の中心から $3r$ だけ離れた位置における万有引力による位置エネルギーは

$$-G\frac{Mm}{3r}$$

(4)　③

解説：

2 点 A，B においてエネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv_A{}^2-G\frac{Mm}{r}=\frac{1}{2}mv_B{}^2-G\frac{Mm}{3r}$$

これを解いて $v_A=\sqrt{\frac{3GM}{2r}}$

問2

④

解説：

地球：公転周期 T_1，長半径 a_1

ハレー彗星：公転周期 T_2，長半径 a_2

とすると，ケプラーの第 3 法則より

$$\frac{{T_1}^2}{{a_1}^3}=\frac{{T_2}^2}{{a_2}^3}$$

整理すると$\frac{{T_2}^2}{{T_1}^2}=\frac{{a_2}^3}{{a_1}^3}=\left(\frac{a_2}{a_1}\right)^3$

$\frac{a_2}{a_1}=18$ であるから$\frac{{T_2}^2}{{T_1}^2}=18^3$

よって$\frac{T_2}{T_1}=18\sqrt{18}=54\sqrt{2}\fallingdotseq 76$

地球の公転周期は 1 年であるから，ハレー彗星の公転周期はおよそ 76 年。